

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 09.01.2018

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

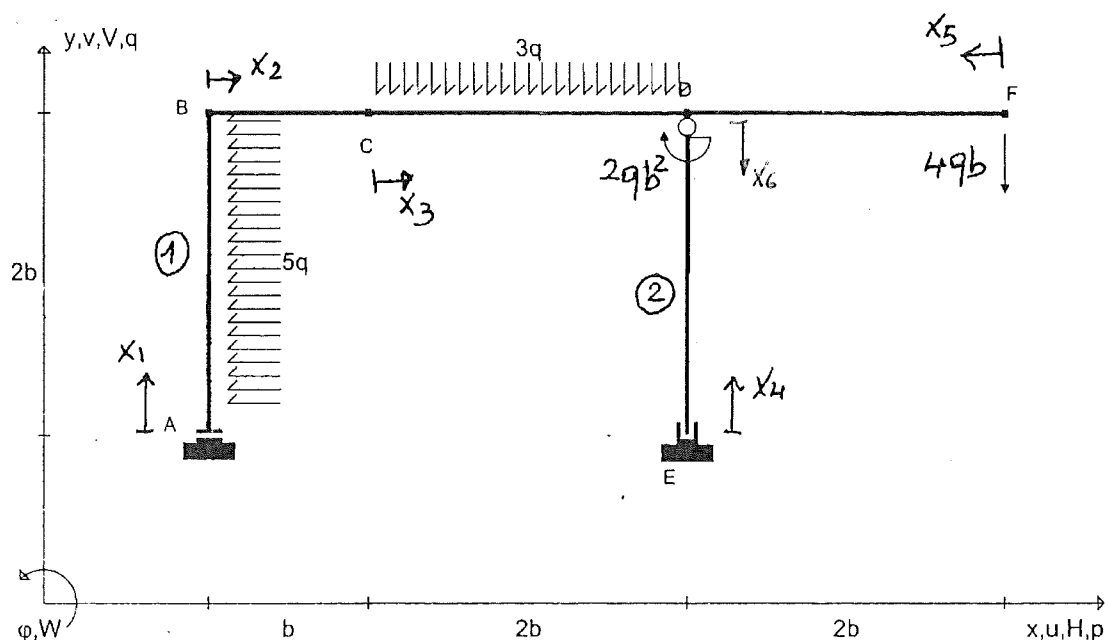
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università' di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*001



Eq. ausiliare : $M_z^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

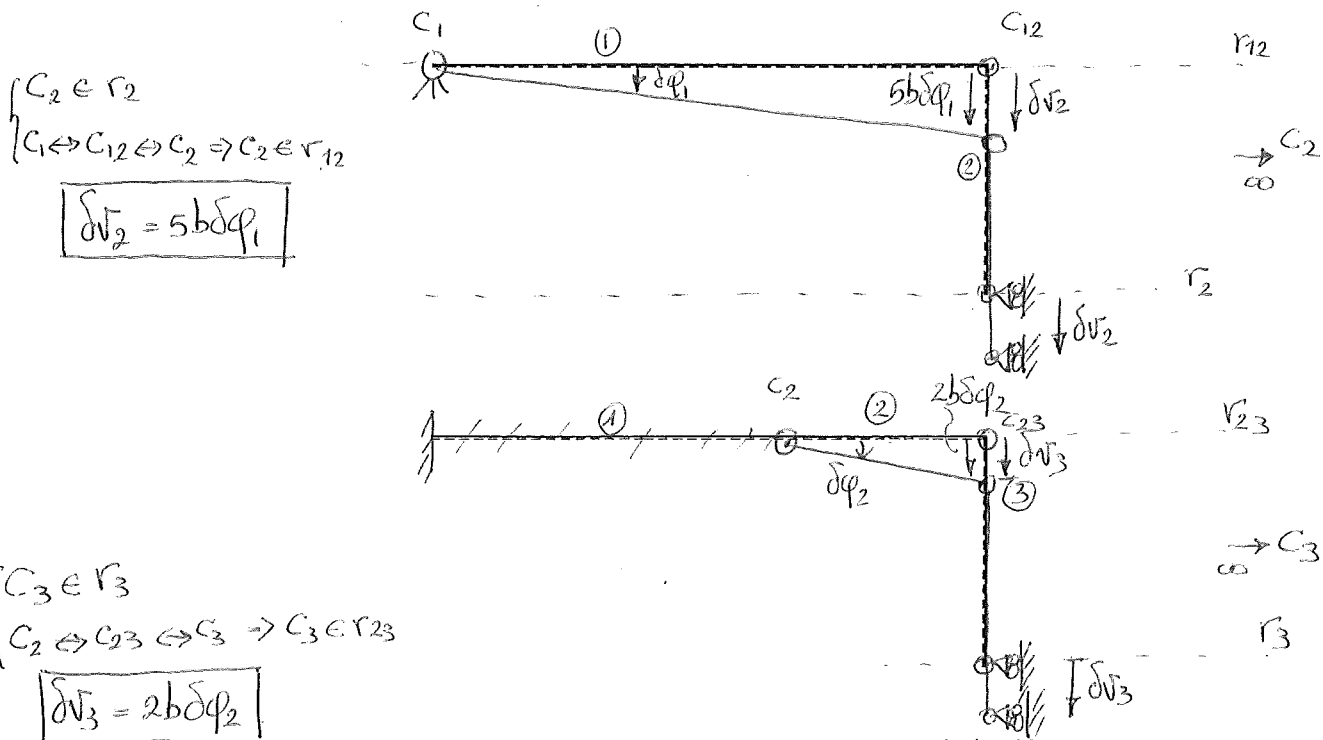
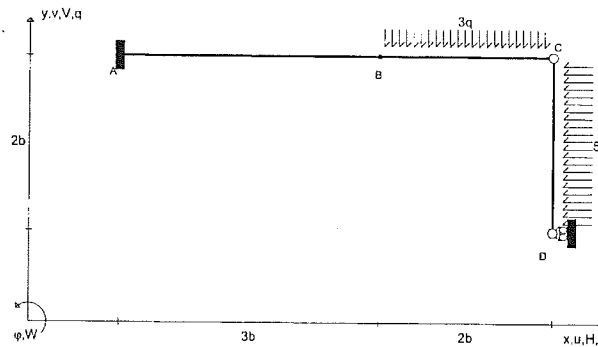
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*005



$$M_A(\varphi) = \dots 24ab^2 \dots; C_1 = (\dots 0, 0 \dots); C_2 = (\dots 0, 0 \dots); C_{12} = (\dots 5b, 0 \dots);$$

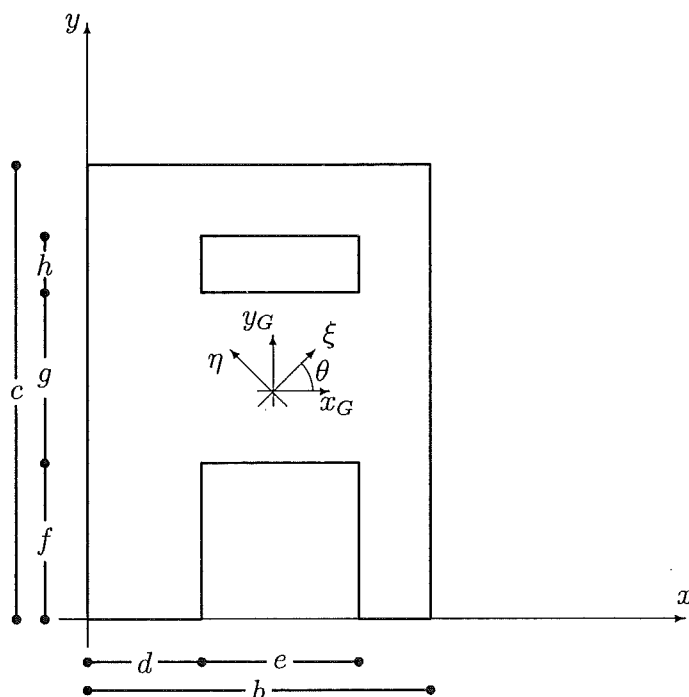
$$v_B = \dots -3b\delta\varphi \dots; v_D = \dots -5b\delta\varphi = -\delta v_5 \dots;$$

$$M_B(\varphi) = \dots -6ab^2 \dots; v_B = \dots 0 \dots; v_D = \dots -2b\delta\varphi_2 = -\delta v_3 \dots$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



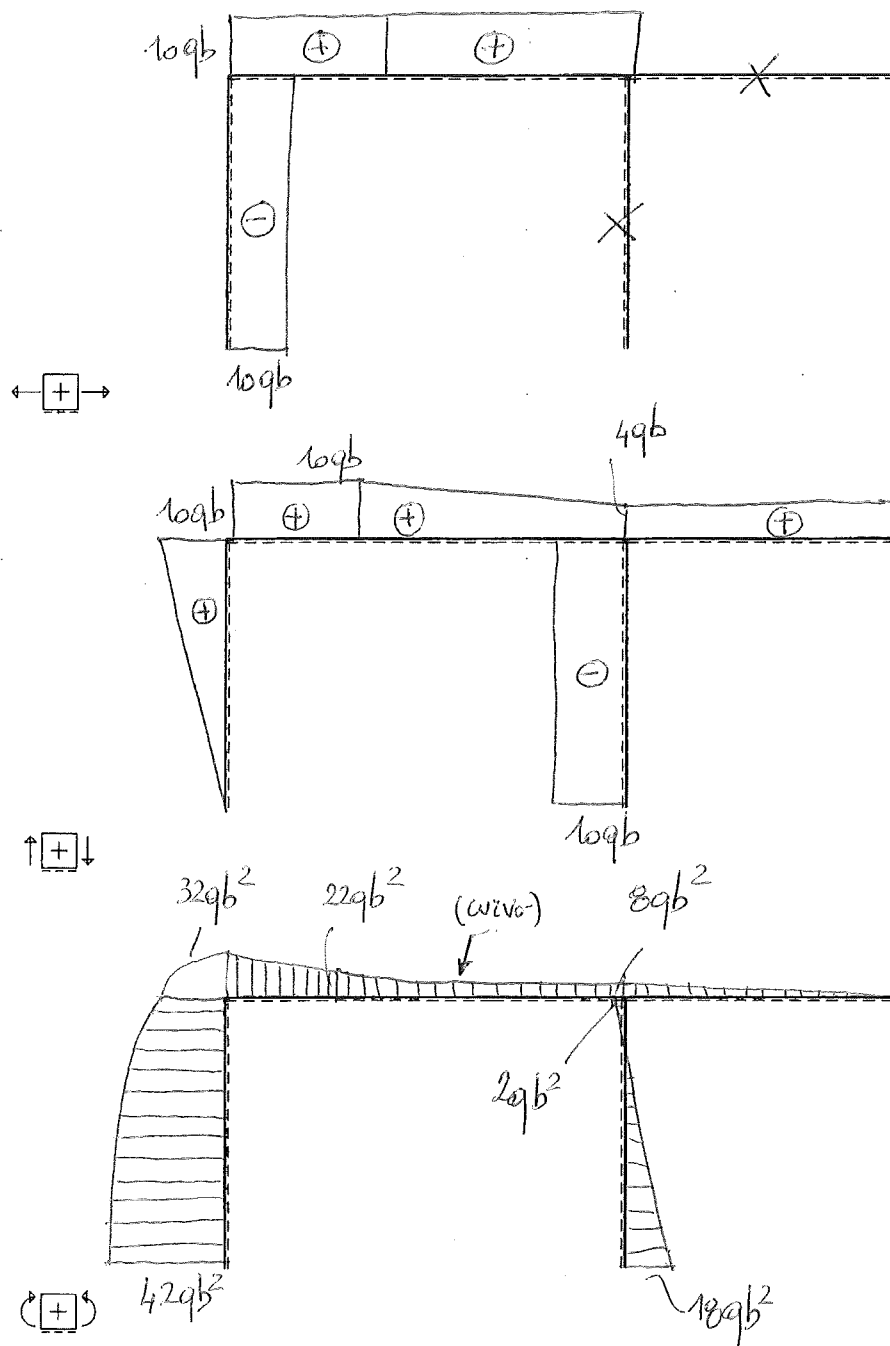
$$S_x = \dots \frac{35}{2}a^3 = 17.50000a^3 \dots; S_y = \dots \frac{13}{2}a^3 = 6.50000a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{13}{14}a = 0.92857a \dots; y_G = \dots \frac{5}{2}a = 2.50000a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{127}{12}a^4 = 10.58333a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{361}{24}a^4 = 15.04167a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots (\theta = 0^\circ) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{127}{12}a^4 = 10.58333a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{361}{24}a^4 = 15.04167a^4 \dots;$$



$V_A (\uparrow) = 10qb$	$M_A (\curvearrowright) = 42qb^2$	$H_E (\Rightarrow) = 10qb$	$M_E (\curvearrowleft) = -18qb^2$
$N_{AB} = -10qb$	$T_{AB} = 5qx_1$	$M_{AB} = -42qb^2 + \frac{5}{2}qx_1^2$	
$N_{BC} = 10qb$	$T_{BC} = 10qb$	$M_{BC} = -32qb^2 + 10qbx_2$	
$N_{CD} = 10qb$	$T_{CD} = 10qb - 3qx_3$	$M_{CD} = -22qb^2 + 10qbx_3 - \frac{3}{2}qx_3^2$	
$N_{ED} = 0$	$T_{ED} = -10qb$	$M_{ED} = -18qb^2 + 10qbx_4 - 2qb^2 - 10qbx_4$	
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 4qb$	$M_{FD} = -4qbx_5$	

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 09.01.2018

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

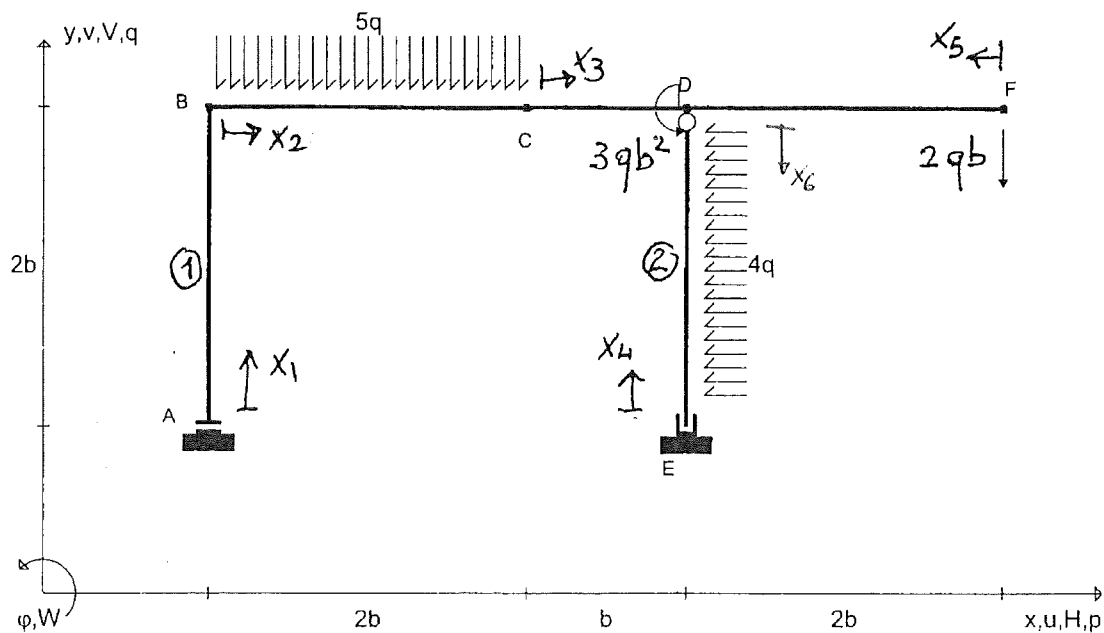
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*002



Eq. ausiliaria: $M_{Z(D)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

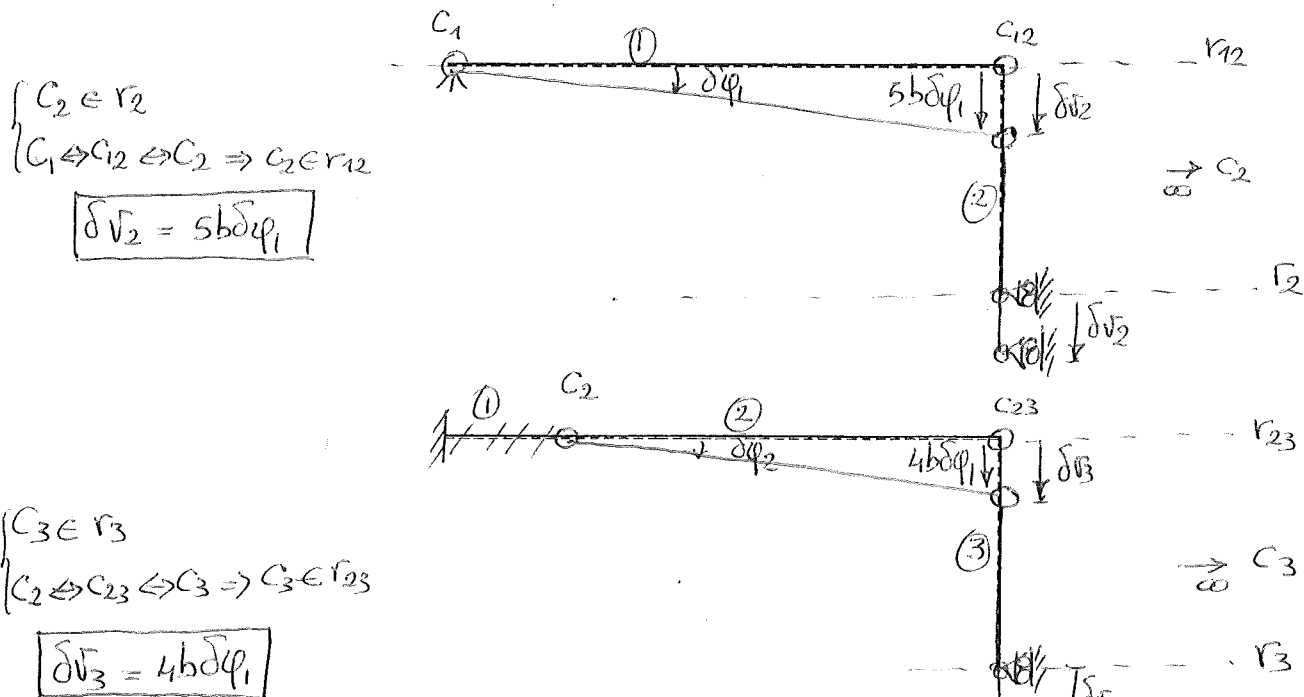
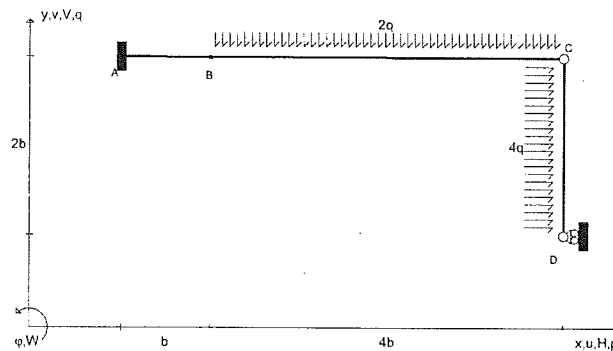
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*006



$$M_A(\hat{\varphi}) = 24 a b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (0, 0); C_{12} = (5b, 0);$$

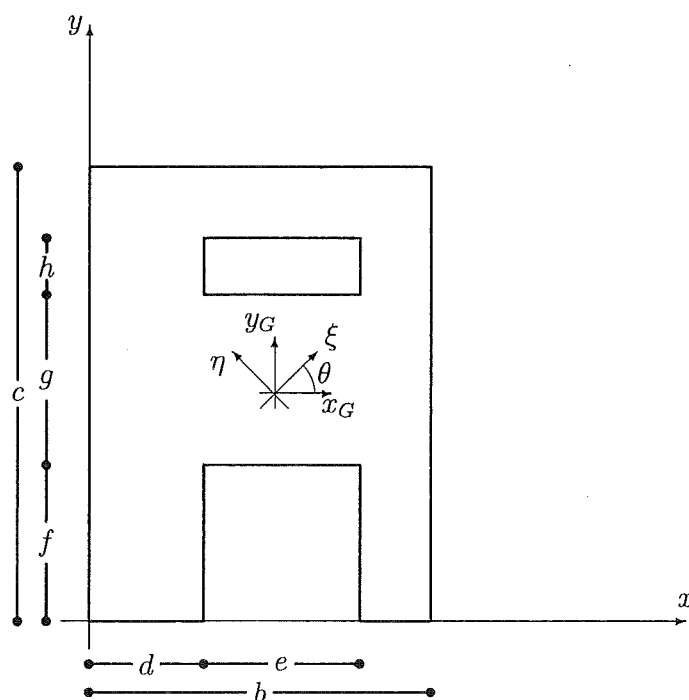
$$v_B = -b\delta\varphi; v_D = -5b\delta\varphi = -\delta v_3;$$

$$M_B(\hat{\varphi}) = -16 a b^2; v_B = 0; v_D = -4b\delta\varphi = -\delta v_3$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 2a$; $c = 6a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



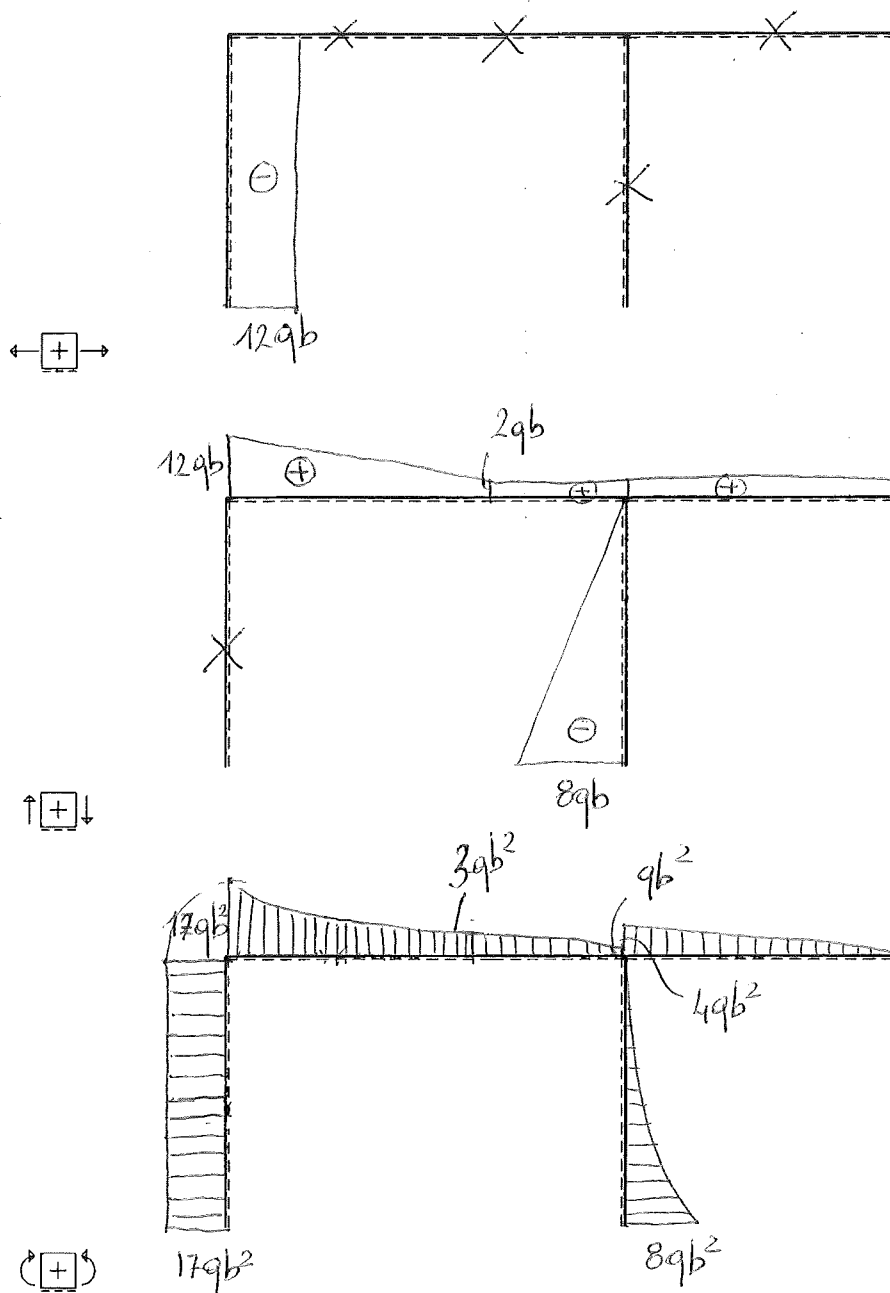
$$S_x = 24 a^3; S_y = 6 a^3;$$

$$x_G = \frac{3}{4} a = 0,7500 a; y_G = 3 a;$$

$$J_{xG} = \frac{56}{3} a^4 = 18,6667 a^4; J_{yG} = \frac{13}{6} a^4 = 2,1667 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{56}{3} a^4 = 18,6667 a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{13}{6} a^4 = 2,1667 a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 12qb$			$M_A (\circlearrowleft) = 17qb^2$			$H_E (\Rightarrow) = 8qb$			$M_E (\circlearrowleft) = 8qb^2$		
$N_{AB} = -12qb$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = -17qb^2$									
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = 12qb - 5qx_2$	$M_{BC} = -17qb^2 + 12qbx_2 - \frac{5}{2}qx_2^2$									
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 2qb$	$M_{CD} = -3qb^2 + 2qbx_3$									
$N_{ED} = 0$	$T_{ED} = -8qb + 4qx_4$	$M_{ED} = -8qb^2 + 8qbx_4 - 2qx_4^2$									
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 2qb$	$M_{FD} = -2qbx_5$									

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 09.01.2018

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

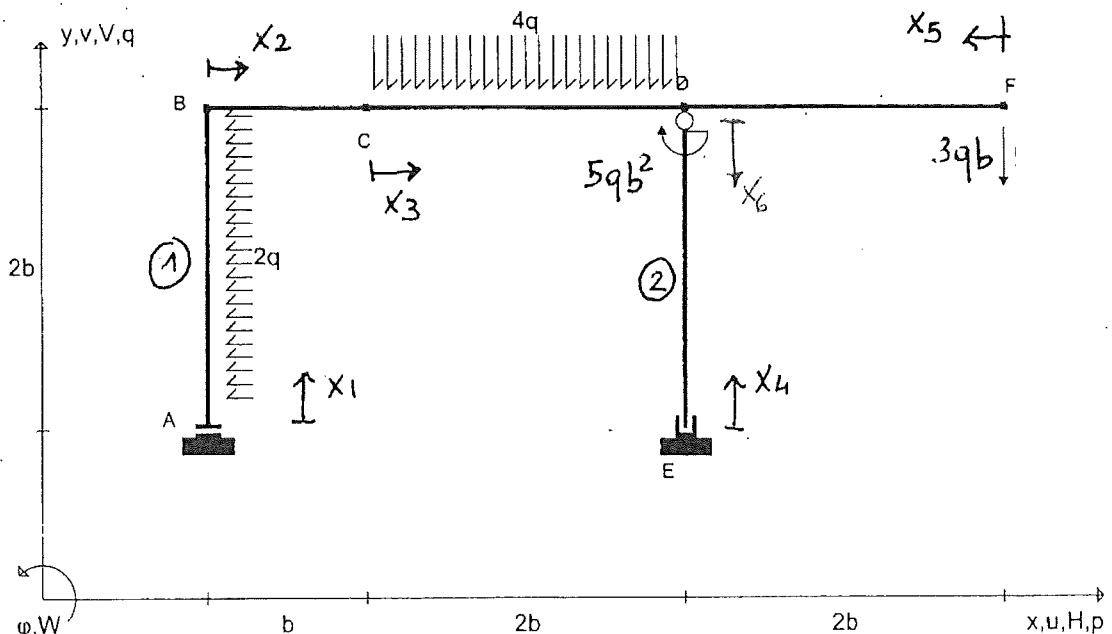
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*003



Eq. ausiliaria $M_{z(D)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

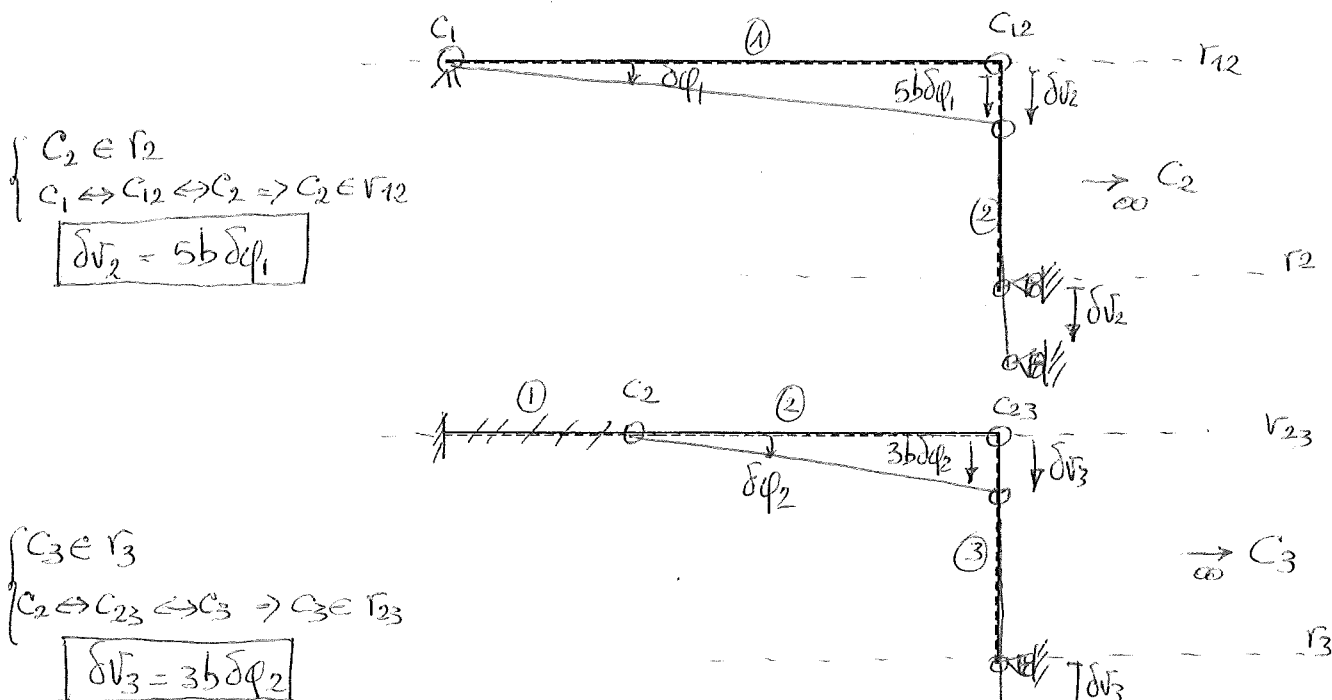
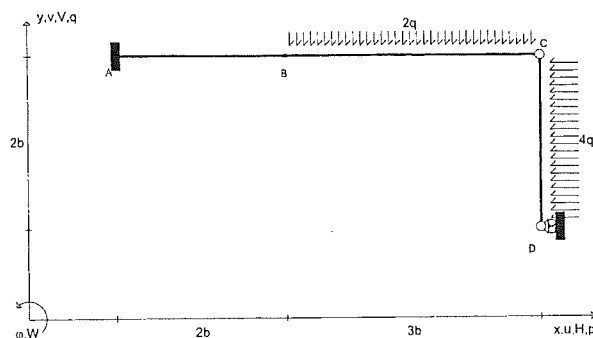
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*007



$$M_A(\varnothing) = \pm 21 ab^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (0, 0); C_{12} = (5b, 0);$$

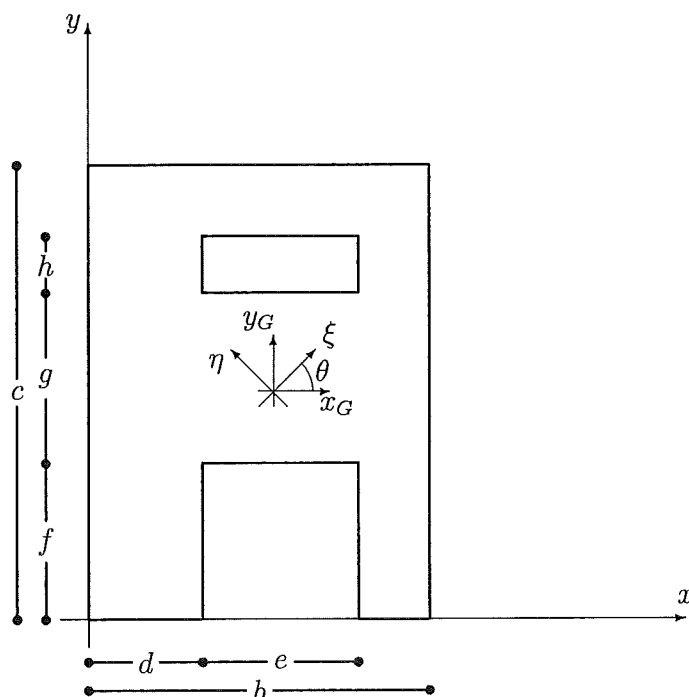
$$v_B = -2b\delta\varphi; v_D = -5b\delta\varphi = -\delta v_2;$$

$$M_B(\varnothing) = -9ab^2; v_B = 0; v_D = -3b\delta\varphi = -\delta v_3$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 2a$; $c = 7a$; $d = a$; $e = a$; $f = 3a$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



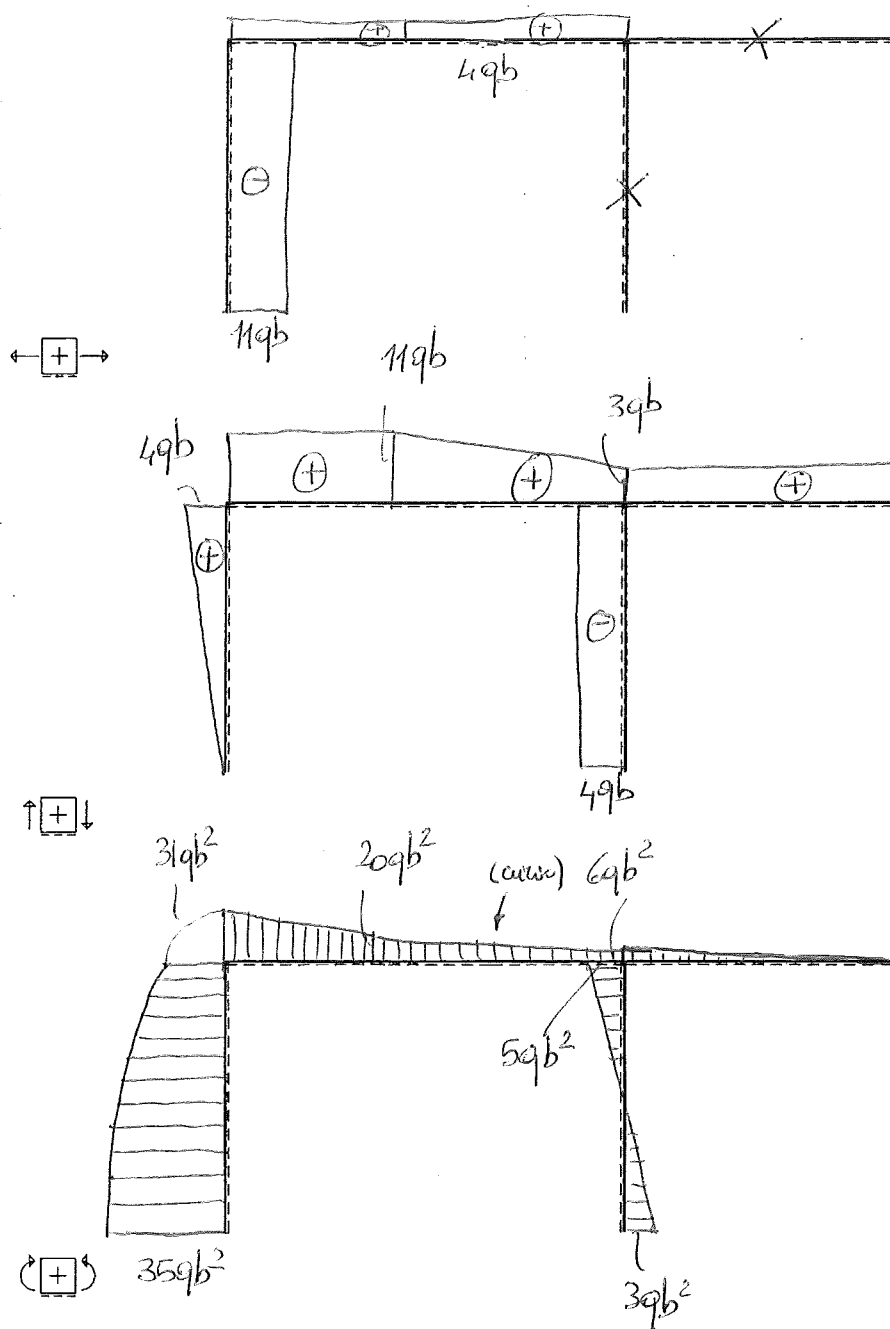
$$S_x = 28a^3; S_y = 5a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{8}a = 0,625a; y_G = \frac{7}{2}a = 3,5a;$$

$$J_{xG} = \frac{86}{3}a^4 = 28,6667a^4; J_{yG} = \frac{37}{24}a^4 = 1,54167a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{86}{3}a^4 = 28,6667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{37}{24}a^4 = 1,54167a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 11qb$				$M_A (\circlearrowleft) = 35qb^2$				$H_E (\Rightarrow) = 4qb$				$M_E (\circlearrowleft) = -3qb^2$			
$N_{AB} = -11qb$				$T_{AB} = 2qb$				$M_{AB} = -35qb^2 + qb^2$							
$N_{BC} = 4qb$				$T_{BC} = 11qb$				$M_{BC} = -3qb^2 + 11qb^2$							
$N_{CD} = 4qb$				$T_{CD} = 11qb - 4qb$				$M_{CD} = -20qb^2 + 11qb^2 - 2qb^2$							
$N_{ED} = 0$				$T_{ED} = -4qb$				$M_{ED} = -3qb^2 + 4qb^2$							
$N_{FD} = 0$				$T_{FD} = 3qb$				$M_{FD} = -3qb^2$							

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

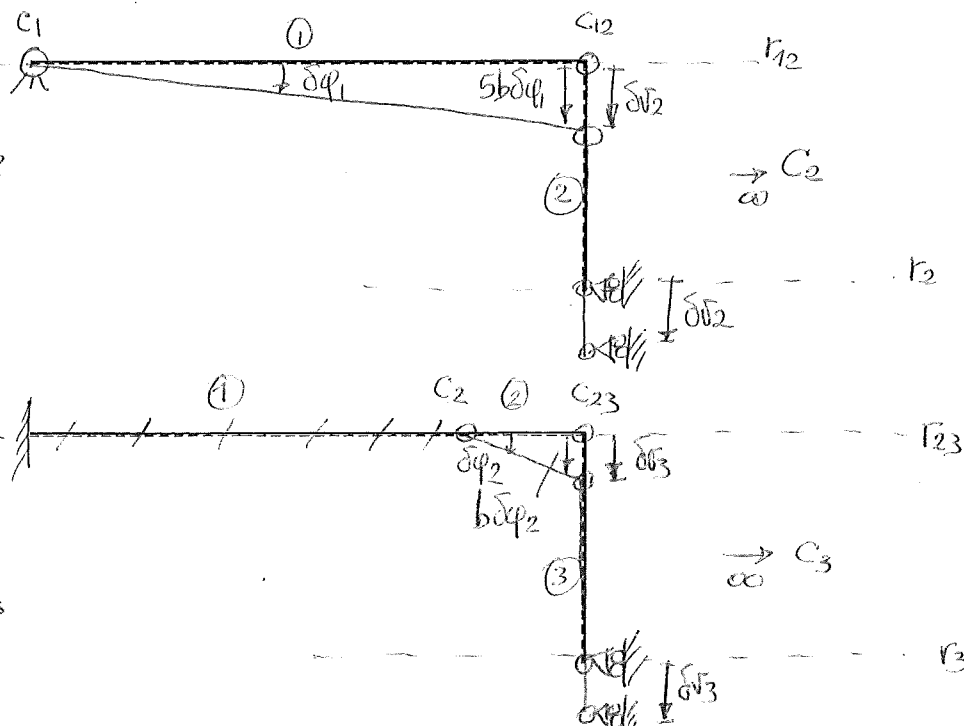
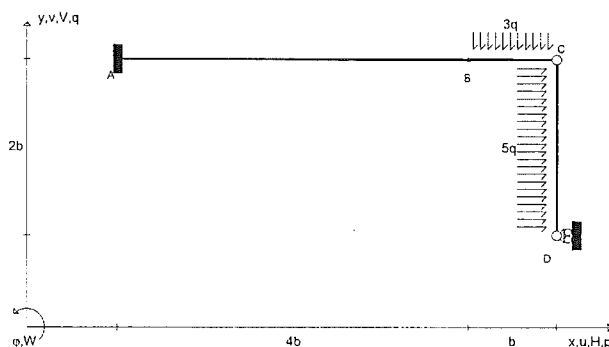
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B, v_B , e quella verticale dello spostamento del punto D, v_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 09.01.18*008



$$M_A(\varphi) = \frac{27}{2} q b^2 \dots; C_1 = (\dots, \dots); C_2 = (\dots, \dots); C_{12} = (\dots, \dots);$$

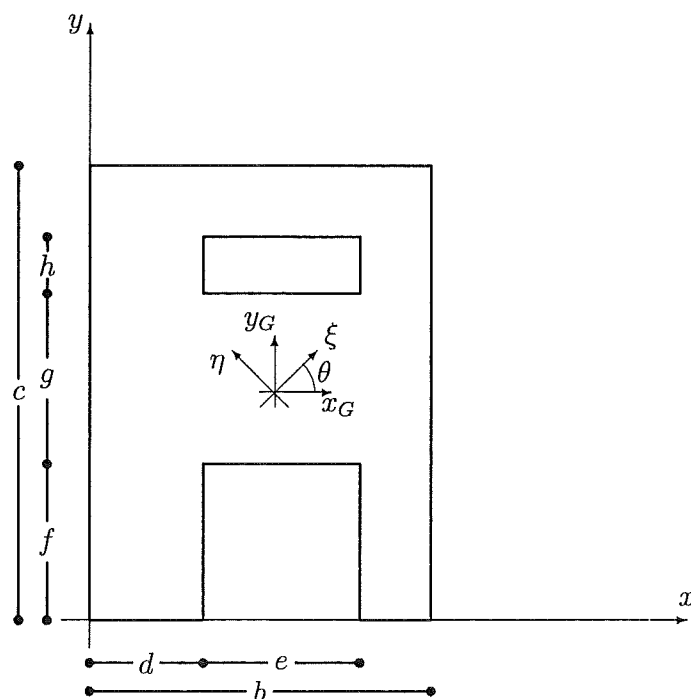
$$v_B = -4.65 q l_1 \dots; v_D = -5.65 q l_1 = -5 v_2;$$

$$M_B(\varphi) = -\frac{3}{2} q b^2 \dots; v_B = \dots; v_D = -6.5 q l_1 = -5 v_3$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 7a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 3a$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



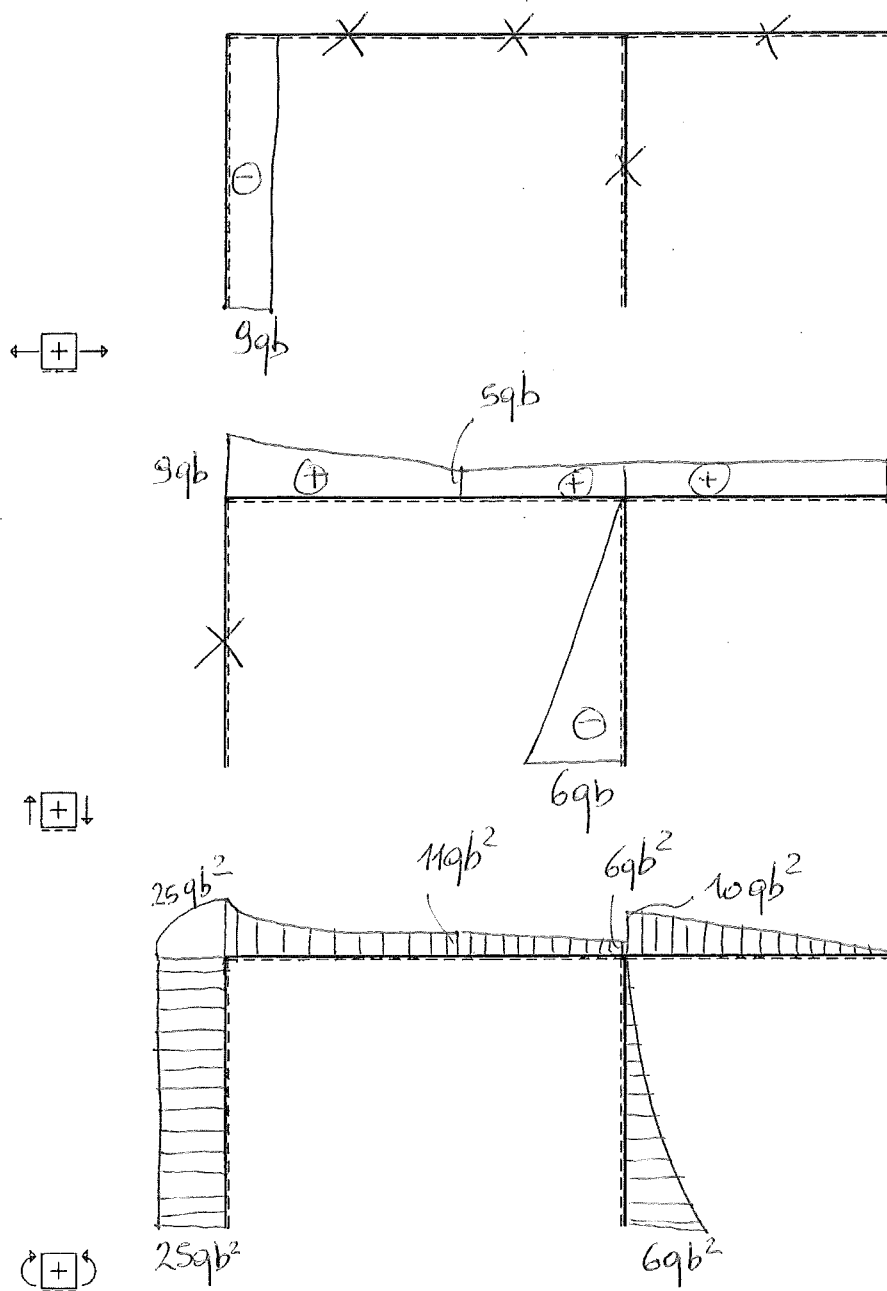
$$S_x = \frac{63}{2} a^3 = 31.5000 a^3 \dots; S_y = \frac{15}{2} a^3 = 7.5000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \frac{5}{6} a = 0.83333 a \dots; y_G = \frac{7}{2} a = 3.5000 a \dots;$$

$$J_{xG} = \frac{115}{4} a^4 = 28.7500 a^4 \dots; J_{yG} = \frac{19}{4} a^4 = 4.7500 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = 0 \dots; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{115}{4} a^4 = 28.7500 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \frac{19}{4} a^4 = 4.7500 a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= \dots 9qb \dots; M_A (\curvearrowright) = \dots 25qb^2 \dots; H_E (\Rightarrow) = \dots 6qb \dots; M_E (\curvearrowleft) = \dots -6qb^2 \dots; \\
 N_{AB} &= \dots -9qb \dots; T_{AB} = \dots 0 \dots; M_{AB} = \dots -25qb^2 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots 0 \dots; T_{BC} = \dots 9qb - 2qx_2 \dots; M_{BC} = \dots -25qb^2 + 9qbx_2 - qx_2^2 \dots; \\
 N_{CD} &= \dots 0 \dots; T_{CD} = \dots 5qb \dots; M_{CD} = \dots -11qb^2 + 5qbx_3 \dots; \\
 N_{ED} &= \dots 0 \dots; T_{ED} = \dots \begin{cases} 6qb + 3qx_4 \\ -3qx_6 \end{cases} \dots; M_{ED} = \dots \begin{cases} -6qb^2 + 6qbx_4 - \frac{3}{2}qx_4^2 \\ -\frac{3}{2}qx_6^2 \end{cases} \dots; \\
 N_{FD} &= \dots 0 \dots; T_{FD} = \dots 5qb \dots; M_{FD} = \dots -5qbx_5 \dots;
 \end{aligned}$$